

## מודלים חישוביים - בוחן אמצע

מרצה: פרופ' בני שור

מתרגלים: גל רותם ואורית מוסקוביץ'

4.12.2015

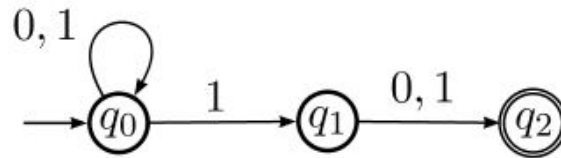
### הנחיות:

1. משך הבחינה: שעה ו-45 דקות.
2. בבחינה 6 שאלות.  
עליכם לענות על כולן.
3. בשאלות מרובות בחירה, הקיפו בעיגול את התשובה וכתבו במילים את בחירתכם במסגרת המתאימה.
4. אין להשתמש בחומר עזר.
5. יש למלא את כל התשובות על טופס הבחינה.  
מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תבדק.
6. הניקוד לכל שאלה מופיע בתחילתה.  
מס' הנקודות לשאלה אינו מעיד על הקושי בפתרונה.
7. אלא אם נאמר אחרת, הניחו כי  $\Sigma = \{0, 1\}$ .

**בהצלחה!**

סה"כ	6	5	4	3	2	1
------	---	---	---	---	---	---

1. (20 נקודות)  
 נתון ה-NFA הבא:

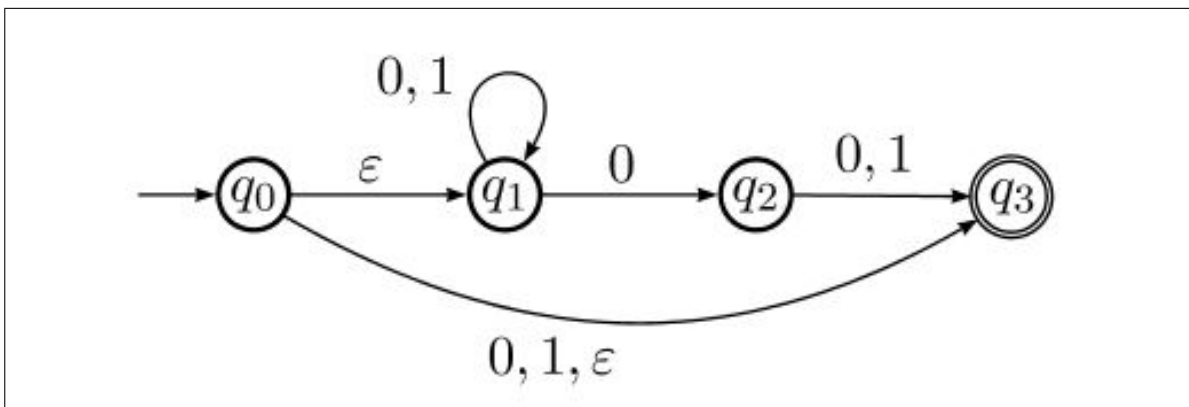


נסמן ב- $L$  את השפה שהאוטומט מקבל, ונסמן ב- $L^c$  את השפה המשלימה של  $L$ .  
 איזו מהטענות הבאות נכונה?

תשובה:

- (א) קיים NFA בעל שני מצבים המקבל את  $L^c$ , אך לא קיים NFA בעל מצב אחד
- (ב) קיים NFA בעל שלושה מצבים המקבל את  $L^c$ , אך לא קיים NFA בעל שני מצבים
- (ג) קיים NFA בעל ארבעה מצבים המקבל את  $L^c$ , אך לא קיים NFA בעל שלושה מצבים
- (ד) כל NFA המקבל את  $L^c$  מכיל לפחות חמישה מצבים

ציירו את ה-NFA המתאים לתשובה שבחרתם:



2. (20 נקודות)

תהי  $L$  שפה כלשהי. נגדיר  $\text{Double}(L) = \{ww \mid w \in L\}$ .  
איזו מהטענות הבאות נכונה?

תשובה:  (ד)

- (א) אם  $L$  רגולרית, אז  $\text{Double}(L)$  רגולרית  
 (ב) אם  $L$  חסרת הקשר, אז  $\text{Double}(L)$  חסרת הקשר  
 (ג) אם  $L$  רגולרית, אז  $\text{Double}(L)$  חסרת הקשר  
 (ד) קיימת  $L$  רגולרית, עבורה  $\text{Double}(L)$  רגולרית

הסבירו בקצרה מדוע התשובה שבחרתם נכונה:  
 תהי  $L$  שפה רגולרית סופית, אז נקבל ש-  $\text{Double}(L)$  סופית, ולכן רגולרית.

3. (10 נקודות)

נגדיר את השפה הבאה, מעל הא"ב  $\{a, b, c\}$ :

$$L = \{a^n b^m c^k \mid (n + m) \bmod 3 = k \bmod 3\}$$

אזי  $L$  היא:

תשובה:  (ב)

- (א) שפה סופית  
 (ב) שפה אינסופית ורגולרית  
 (ג) שפה לא רגולרית, אך חסרת הקשר  
 (ד) שפה לא חסרת הקשר

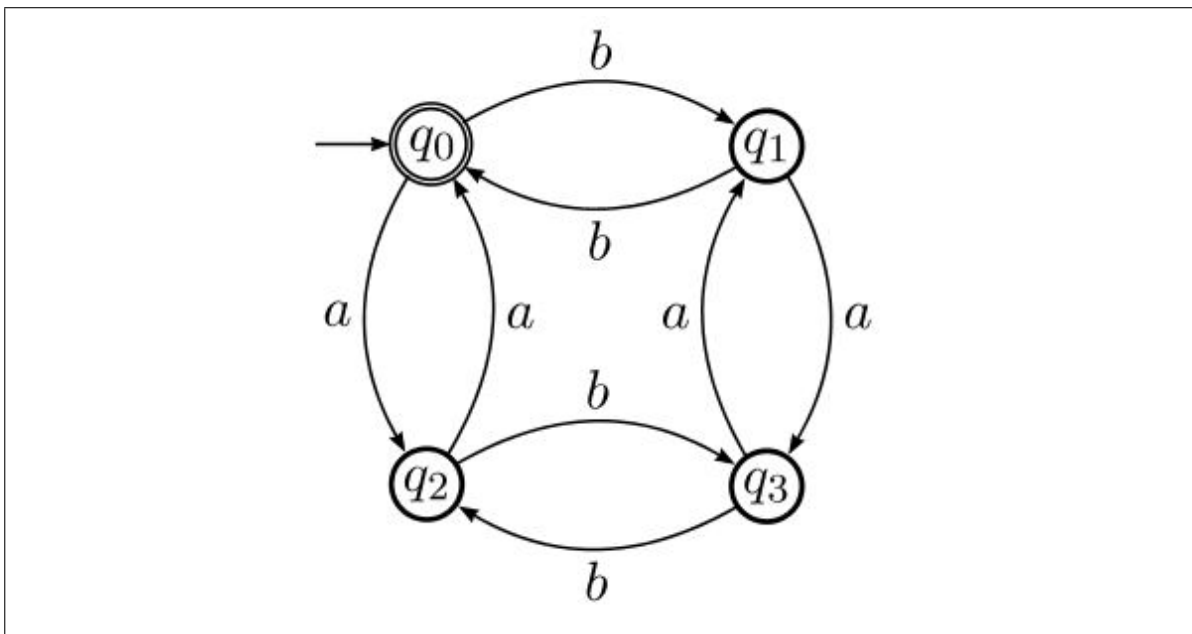
4. (20 נקודות)

תהי  $L$  שפה מעל הא"ב  $\{a, b\}$  כך שיחס השקילות  $\sim_L$  משרה את ארבע מחלקות השקילות הבאות:

- $\{w \mid \#_a(w) \text{ זוגי וגם } \#_b(w) \text{ זוגי}\}$
- $\{w \mid \#_a(w) \text{ זוגי וגם } \#_b(w) \text{ אי זוגי}\}$
- $\{w \mid \#_a(w) \text{ אי זוגי וגם } \#_b(w) \text{ זוגי}\}$
- $\{w \mid \#_a(w) \text{ אי זוגי וגם } \#_b(w) \text{ אי זוגי}\}$

כמו כן, ידוע כי  $\varepsilon \in L, a \notin L, b \notin L, ab \notin L$ .

בנו DFA בעל מספר מצבים מינימלי עבור השפה  $L$  (אין לתת תיאור מילולי).



5. (20 נקודות)

נגדיר את הפעולה:

$$\text{sandwich}(L) = \{xyx^R \mid y \in L \text{ and } x \in \Sigma^*\}$$

נתון כי  $L$  חסרת הקשר. הוכיחו כי  $\text{sandwich}(L)$  חסרת הקשר. תארו במילים אוטומט מחסנית עבור השפה (אין צורך לכתוב פונקציית מעברים) או תארו דקדוק חסר הקשר.

תהי  $L$  ח"ה, ו-  $G = (S, V, \Sigma, R)$  הדקדוק שגוזר את השפה.

נגדיר דקדוק  $G_{sand} = (T, V', \Sigma, R')$  עבור  $\text{sandwich}(L)$ :

$$V' = \{T\} \cup V \bullet$$

נניח כי  $T \notin V$ .

• כללי הגזירה  $R'$ :

$$R \text{ בתוספת לכלל הגזירה } S \rightarrow 0T0 \mid 1T1$$

6. (10 נקודות)

תהי  $L$  שפה מעל  $\Sigma = \{0, 1\}$  ונגדיר את הפעולה:

$$\text{multi}(L) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists n \geq 0. \exists y \in L. x = y^n\}$$

הוכיחו / הפריכו: אם  $L$  רגולרית, אז  $\text{multi}(L)$  רגולרית.

נפריד:

$$\text{תהי } L = 0^*1^*$$

נניח כי  $\text{multi}(L)$  רגולרית, ויהי  $p$  קבוע הניפוח שלה.

$$\text{ניקח } w = 0^p 10^p 1 \in \text{multi}(L)$$

תהי חלוקה  $w = xyz$  כיוון ש- $|xy| \leq p$ , נקבל ש- $y$  מכיל רק אפסים. נסמן  $|y| = k$ .

$$\text{לכן: } w^i = 0^{p+k} 10^p 1 \notin \text{multi}(L)$$